



Université Lille Nord de France  
Pôle de Recherche  
et d'Enseignement Supérieur

## Ecole doctorale régionale Sciences Pour l'Ingénieur Lille Nord-de-France - 072



**Titre : Problèmes quasilineaires associés à l'opérateur laplacien fractionnel**

**Directeur de thèse : Mabel Cuesta**

**E-mail :** [cuesta@univ-littoral.fr](mailto:cuesta@univ-littoral.fr)

**Co-directeur de thèse :**

**E-mail :**

**Laboratoire :** LMPA

**Equipe :** Analyse

**Descriptif :**

Nous proposons comme sujet de recherche l'étude d'une classe de problèmes elliptiques appelés non-locaux et dont l'opérateur différentiel principal est le laplacien fractionnel. Récemment l'opérateur de Laplace fractionnel a fait l'objet d'un intérêt particulier à la fois du point de vue purement mathématique et dans le champ des mathématiques appliquées. En effet, on pourra trouver dans le livre [5] des applications sur

- \* des problèmes de transition (phase transition) en liaison avec des versions non-locales de l'équation classique de Allen-Cahn,
- \* des problèmes d'interface ou de surfaces minimales non-locales introduites par Caffarelli-Roquejore et Savin,
- \* des versions non-locales de l'équation de Schrodinger pour des ondes stationnaires.

Le sujet de thèse que nous proposons est proche de mes sujets de recherche, sujets qui concernent en général les problèmes elliptiques en edps non-linéaires. Il est bien connu que ces équations modélisent des phénomènes d'évolution-réaction, mais on les trouvera également dans des problèmes stochastiques et la finance entre autres. Mes travaux de recherches en edp elliptiques non linéaires ces 20 dernières années ont été orientés notamment sur la résolution de problèmes aux limites et sur les propriétés qualitatives des solutions. Il existe une littérature très riche sur ce type de problèmes et sur les outils variationnels et topologiques pour les résoudre. Les derniers travaux de Valdinoci [5], M. Bonforte, Y. Sire et J.L. Vazquez [1], M. Bonforte et J.L. Vazquez [2], [3], X. Cabré et Y.Sire [4] montrent comment ces outils peuvent être utilisés pour l'étude des problèmes non-locaux et ouvrent donc une voie de recherche très intéressante. Le sujet de thèse proposé consiste à explorer cette nouvelle approche prometteuse.

L'étudiant qui aura choisi ce sujet de thèse devra avoir des connaissances solides d'analyse non-linéaire, d'analyse harmonique (théorie de Fourier), d'intégration et d'analyse fonctionnelle (espaces de Sobolev, théorie spectrale). Il devra être familiarisé avec les résultats élémentaires sur les edps elliptiques (principe du maximum, régularité des solutions) et quelques méthodes variationnelles et topologiques.



Université Lille Nord de France  
Pôle de Recherche  
et d'Enseignement Supérieur

Des collaborations sont envisageables avec d'autres membres de l'équipe d'Analyse du LPMA travaillant dans les edps (problèmes homogénéisation, Navier-Stokes..) et/ou avec les membres de l'équipe d'analyse numérique des edps.

## References

- [1] M. Bonforte, Y. Sire, J.L. Vazquez, Existence, uniqueness and asymptotic behavior for fractional porous medium equations on bounded domains. ArXiv preprint arXiv :1404.6195. (2015)
- [2] M. Bonforte, J.L. Vazquez, Quantitative local and global a priori estimates for fractional nonlinear diffusion equations. Adv. Math. 250, 242{284 (2014)
- [3] M. Bonforte, J.L. Vazquez, Fractional nonlinear degenerate diffusion equations on bounded domains part I. Existence, uniqueness and upper bounds (2015). ArXiv preprint arXiv :1508.07871. (2015)
- [4] X. Cabre, Y. Sire, Nonlinear equations for fractional Laplacians II : existence, uniqueness, and qualitative properties of solutions. Trans.Am. Math. Soc. 367(2), 911{941 (2015)
- [5] C. Bucur and E. Valdinoci. NonLocal Diffusion and Applications, Lecture Notes of the Unione Matematica Italiana, Springer (2015)

Mabel Cuesta