



Université Lille Nord de France
Pôle de Recherche
et d'Enseignement Supérieur

Ecole doctorale régionale Sciences Pour l'Ingénieur Lille Nord-de-France - 072



Titre : Discrétisation de modèles mathématiques d'écoulement de fluides par des méthodes d'éléments finis : influence du nombre de Reynolds sur les majorations d'erreur.

Directeur de thèse : Paul Deuring
E-mail : deuring@lmpa.univ-littoral.fr

Co-directeur de thèse :
E-mail :

Laboratoire : LMPA EA2597, ULCO, Calais

Equipe : Analyse

Descriptif :

Des modèles mathématiques d'écoulements de fluides jouent un rôle important dans beaucoup de domaines d'ingénierie, comme par exemple dans le calcul d'écoulements d'air autour de voitures ou d'avions. Ces modèles prennent la forme d'EDPs, typiquement le système de Navier-Stokes ou une de ses variantes. Dans le cas où ces fluides sont considérés comme incompressibles (eau, air jusqu'à une vitesse de 0,3 Mach environ), leur comportement peut être caractérisé par un seul nombre – le nombre de Reynolds. Si ce nombre est petit, l'écoulement en question est plutôt laminaire, tandis que de grandes valeurs de ce nombre correspondent à un écoulement turbulent.

Calculer un écoulement veut dire qu'on calcule des solutions approchées d'une EDP qui constitue un modèle mathématique de cet écoulement. À cette fin, on discrétise l'EDP en question, c.-à-d., on la remplace par un système d'équations algébriques avec un nombre fini d'inconnues. Pour obtenir de telles équations, on utilise souvent une méthode d'éléments finis. Pour vérifier la qualité d'une discrétisation, on essaie d'établir des majorations d'erreur qui comparent la solution du système discret avec la solution de l'EDP de départ. Souvent il s'avère que les bornes d'erreur fournies par ces majorations dépendent de façon exponentielle du nombre de Reynolds de l'écoulement qu'on considère. Puisque dans les applications, ce nombre est souvent assez grand (10^3 - 10^6 , pour indiquer des valeurs concrètes), une telle dépendance réduit fortement l'intérêt de ces majorations ([4]).

Le sujet de thèse en question propose de chercher des bornes d'erreur sans dépendance exponentielle pour des méthodes d'éléments finis appliquées à des modèles d'écoulements incompressibles. Jusqu'ici des résultats de ce type sont disponibles pour des discrétisations d'équations linéaires de convection-diffusion ([1], [2], [3]). On aimerait les étendre au système de Navier-Stokes incompressible dans les meilleurs des cas, ou au moins à une EDP plus proche de ce système qu'une équation de convection-diffusion.

Références :

[1] Deuring, P.: A finite element - finite volume discretization of convection-diffusion-reaction equations with nonhomogeneous mixed boundary conditions: error estimates. Numer. Meth. Partial Diff. Equ. 32, 1591-1621 (2016).



Université Lille Nord de France
Pôle de Recherche
et d'Enseignement Supérieur

[2] Deuring, P., Eymard, R., Mildner, M.: L2-stability independent of diffusion for a finite element - finite volume discretization of a linear convection-diffusion equation. *SIAM J. Numer. Anal.* 53, 508-526 (2015).

[3] Deuring, P., Eymard, R.: Stability of finite element - finite volume discretizations of convection-diffusion-reaction equations. *ESAIM: Math. Model. Numer. Anal.* 51, 919-947 (2017).

[4] Johnson, C., Rannacher, R., Boman, M.: Numeric and hydrodynamic stability : toward error control in computational fluid dynamics. *SIAM J. Numer. Anal.* 32 (1995), 1058-1079.

Prérequis :

Connaissances basiques sur les espaces de Sobolev, la formulation variationnelle d'EDPs elliptiques de 2^e ordre, et la méthode d'éléments finis. Une bonne référence sur ces thématiques est [5].

[5] Nicaise, S. : Analyse numérique et équations aux dérivées partielles. Cours et problèmes résolus. Dunod 2000.