



Université Lille Nord de France  
Pôle de Recherche  
et d'Enseignement Supérieur

## Ecole doctorale régionale Sciences Pour l'Ingénieur Lille Nord-de-France - 072



**Titre :** Estimations du spectre discret des opérateurs définis par des matrices infinies non-bornées

**Directeur de thèse :** Lech Zielinski

**E-mail :** lech.zielinski@univ-littoral.fr

**Co-directeur de thèse :**

**E-mail :**

**Laboratoire :** LMPA EA2597, ULCO, Calais

**Equipe :** Analyse

### **Descriptif :**

Le sujet de cette thèse est motivé par différents modèles physiques et applications en théorie des équations différentielles. Il s'agit de certaines classes de matrices infinies qui définissent une application linéaire qui est diagonale dans une base orthogonale et dont les valeurs propres forment une suite qui tend vers l'infini.

La référence [3] donne des exemples en provenance de la théorie des équations différentielles et propose des estimations valables pour un nombre fini de valeurs propres. Dans le cas de modèles de la physique quantique les valeurs propres correspondent aux niveaux d'énergie de l'hamiltonien qui contient des paramètres physiques. Il est alors important d'obtenir des renseignements sur ces paramètres en connaissant les niveaux d'énergie qui peuvent être mesurés expérimentalement et l'approche utilisée est basée sur l'étude asymptotique de hauts niveaux d'énergie.

Un exemple fondamental de l'optique quantique est donné par le modèle quantique de Rabi qui décrit l'interaction entre un atome à deux niveaux et un mode du champ électromagnétique. Ce modèle a été étudié dans les travaux [1], [4] et [5], mais les estimations obtenues sont bien plus faibles que certains résultats justifiés par des arguments physiques et numériques (décrits par exemple dans l'article [2]). L'un des buts principaux de cette thèse est d'obtenir des preuves mathématiquement rigoureuses du comportement asymptotique de grandes valeurs propres dans des modèles du type de Rabi.

### **Références :**

- [1] A. Boutet de Monvel, S. Naboko, L. O. Silva, The asymptotic behaviour of eigenvalues of a modified Jaynes-Cummings model, *Asympt. Analysis*. 47 (2006), 3-4, p. 291-315.
- [2] I. D. Feranchuk, I. I. Komarov, A.P. Ulyanenko, Two-level system in a one-mode quantum field: numerical solution on the basis of the operator method, *J. Phys. A: Math. Gen.* Vol. 29 (1996), 4035-4047
- [3] H. Volkmer, Estimates for Rayleigh–Ritz Approximations of Eigenvalues and Eigenfunctions of the Mathieu and Spheroidal Wave Equation, *Constr. Approx.* (2004) 20, p. 39–54



Université Lille Nord de France  
Pôle de Recherche  
et d'Enseignement Supérieur

[4] E. A. Yanovich, Asymptotics of Eigenvalues of an Energy Operator in a Problem of Quantum Physics. In: Janas J., Kurasov P., Laptev A., Naboko S. (eds) Operator Methods in Mathematical Physics. Operator Theory: Advances and Applications, vol 227 (2013), Birkhäuser, Basel

[5] A. Boutet de Monvel, L. Zielinski, Asymptotic behavior of large eigenvalues of Jaynes-Cummings type models, Journal of Spectral Theory 7 (2017), no. 2, 559-631

Prérequis : Bonne connaissance de notions de l'analyse comme la transformée de Fourier, applications linéaires continues et compactes, espaces de Hilbert