# Journée Amiens- Calais de Dynamique et Probabilités 2021

2 Juillet 2021

**9h15** Accueil des participants en salle Sophie Germain

**9h45-10h45 :**

Jasmin Raissy (Institut de Mathématiques de Toulouse)

**Une approche géométrique aux courbes paraboliques.**

**11h00-12h00 :**

Laurent Niederman (Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Observatoire de Paris)

**Trajectoires co-orbitantes quasi-périodiques dans le problème des trois corps planétaires.**

**12h00 14h00 :** Buffet en salle Sophie Germain

**14h00-15h00 :**

Dominique Schneider (Laboratoire de Mathématiques pures et appliquées Joseph Liouville)

**Vitesse de convergence dans le théorème ergodique :**
**$\frac{1}{2}$ est-elle une valeur critique ?**

**15h30-16h30 :**

François Béguin (Laboratoire d'Analyse Géométrie et Applications, Paris 13 Nord)

**Un exemple de dynamique non-uniformément hyperbolique issu de la Relativité Générale**

# $\mathscr{J}$ournée $\mathscr{A}$miens- $\mathscr{C}$alais de $\mathscr{D}$ynamique et $\mathscr{P}$robabilités 2021

Jasmin Raissy

**Une approche géométrique aux courbes paraboliques.**

La dynamique d'un germe de fonction holomorphe tangente à l'identité au voisinage de l'origine est bien comprise en dimension 1, grâce au Théorème de la fleur de Leau-Fatou. La situation en dimension supérieure est plus délicate. Je présenterai les généralisations connues du Théorème de la fleur de Leau-Fatou aux germes holomorphes tangents à l'identité en plusieurs variables complexes, où les pétales sont remplacés par des courbes paraboliques. En particulier, je présenterai une preuve plus géométrique des résultats fondamentaux obtenus par Écalle et Hakim sur l'existence des courbes paraboliques. Cette approche permet de donner des développements asymptotiques pour la paramétrisation des courbes paraboliques dans un voisinage donné du point fixe. (Ce travail est en commun avec Xavier Buff). Bonne journée,

Laurent Niederman

**Trajectoires co-orbitantes quasi-périodiques dans le problème des trois corps planétaires.**

Les trajectoires des satellites Janus et Epimetheus autour de Saturne sont parmi les plus curieuses du système solaire. Ces satellites échangent leurs orbites tous les quatre ans.

On donne une preuve rigoureuse de l'existence d'orbites quasi-périodiques (donc stables) avec cette propriété d'échange dans le problème des trois corps grâce à la théorie KAM. (Travail en collaboration avec Philippe Robutel et Alexandre Pousse).

Dominique Schneider

**Vitesse de convergence dans le théorème ergodique : $\frac{1}{2}$ est-elle une valeur critique ?**

Soit $(X, \mathscr{A}, \mu)$ un espace probabilisé. Soit $T : X \to X$ une application mesurable qui préserve la mesure $\mu$, i.e. $\forall A \in \mathscr{A}$, $\mu(T^{-1}A) = \mu(A)$. Le quadraplet $(X, \mathscr{A}, \mu, T)$ est appelé Système Dynamique. On peut ainsi définir sur $H = L^2(\mu)$ une isométrie par $T(f) = f \circ T$, pour $f \in L^2(\mu)$. Plus généralement, $T$ sera une contraction de $L^2(\mu)$.

On se donne l'échelle d'ordre de grandeur $n^\beta$ pour ($\beta \in ]0, 1]$).

**But** : trouver des conditions sur la paire $(f^*, T)$, $f^* := f - E(f/\mathscr{F})$ où $\mathscr{F}$ est la tribu engendrée par les fonctions fixes sous l'action de $T$, afin d'avoir

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^\beta} \sum_{k=0}^{n-1} T^k(f^*) \;=\; 0\, \mu \text{ -p.p.}$$

Nous discuterons le cas $\beta < 1/2$. Travail en collaboration avec Romuald Ernst.

François Béguin

**Un exemple de dynamique non-uniformément hyperbolique issu de la Relativité Générale**

Les espaces-temps spatialement homogènes sont des modèles simplifiés de l'Univers en Relativité Générale. L'évolution temporel de la géométrie de ces espace-temps est décrite par le flot d'un champ de vecteurs en dimension 4. Ce champ de vecteurs possède un attracteur étrange qui l'on pourrait décrire informellement comme ≪ une pelote infinie de connections de selles, avec une dynamique non-uniformément hyperbolique ≫. Je décrirai ce systèmes, ce qui est connu et ce qui est conjecturé sur sa dynamique, ainsi que les liens avec une vieille conjecture de Relativité Générale affirmant que ≪ la géométrie des espaces-temps génériques oscille de manière chaotique quand on se rapproche de leur singularité initiale (Big-Bang) ≫.