Résumé

Fractions continues multidimensionnelles et mots infinis

Mélodie Andrieu

À l'algorithme de fraction continue [usuel], consistant à itérer indéfiniment l'application de Farey :

$$(x,y) \mapsto \begin{array}{ll} (x-y,y) & \text{si } x \geq y, \\ (x,y-x) & \text{sinon,} \end{array}$$

est associée une classe remarquable de mots infinis binaires, appelés *mots sturmiens* (1940). Les mots sturmiens jouissent de nombreuses caractérisations/interprétations combinatoires, géométriques et dynamiques. En particulier :

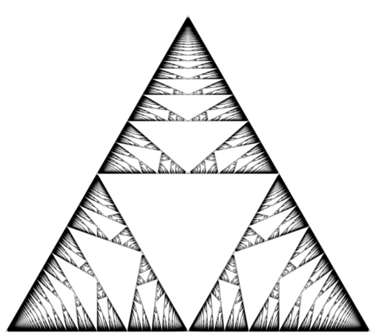
- ils sont exactement les suites à valeurs dans $\{1,2\}$, non ultimement périodiques, de *déséquilibre* 1 ;

- ils sont exactement les digitalisations des droites du plan de pentes irrationnelles ;

- ils exactement les trajectoires symboliques des rotations irrationnelles du cercle, relativement à une partition bien choisie (on parle de "codage naturel").

Depuis les travaux de Jacobi, plusieurs applications "à la Farey" ont été proposées pour généraliser les fractions continues à des triplets de nombres. Un tel algorithme de fraction continue multidimensionnelle devrait permettre d'approcher les paires de nombres réels par des paires de nombres rationnels de même "petit" dénominateur, ou encore de digitaliser des plans. Une question générale est : est-ce que les classes de mots engendrées par ces algorithmes jouissent encore des caractérisations combinatoires, géométriques et dynamiques des mots sturmiens ?

Dans cet exposé, je présenterai deux résultats, l'un positif et l'autre négatif, que j'ai obtenus pour l'algorithme d'Arnoux-Rauzy (1991).



La baderne de Rauzy*: ensemble des entrées admissibles pour l'algorithme d'Arnoux-Rauzy.*