

Université du Littoral Côte d'Opale
Séminaire commun ADA-EMA

Fil d'Ariane dans la nuit obscure: à la poursuite de la notion de
complexité

Breadcrumbs in dark woods: following the complexity trail

Augustin Cosse

Mars 2022

De nombreux problèmes en mathématiques, informatique, statistique et traitement de signal sont supposés difficiles sans que l'on puisse pour autant fournir une preuve formelle de cette complexité. En particulier, il est parfois délicat de conclure que l'absence d'algorithmes efficaces de résolution de ces problèmes provient réellement de la complexité inhérente à leur structure, et non pas d'un manque de créativité au sein de la communauté scientifique.

En l'absence d'une conclusion claire concernant la relation entre les classes P et NP, il existe toutefois différentes approches plus ou moins (in)formelles permettant d'accumuler de plus en plus d'indices relatifs à la nature d'un problème donné. Parmi ces approches, on peut par exemple tenter de démontrer l'équivalence entre le problème en question et un problème connu comme appartenant à une classe de complexité établie. On parle dans ce cas de réduction polynomiale. Dans le cas où une telle réduction ne peut être établie, une alternative récente vise à démontrer l'inefficacité d'algorithmes (ou de systèmes de preuve) considérés comme ayant été, jusqu'à présent, capables de déceler ces gammes de complexité. Une troisième approche consiste à étudier les propriétés géométriques du problème considéré. Cette dernière approche se résume souvent à une analyse du paysage d'énergie libre, et tente de révéler, au sein de ce paysage, une non-convexité particulièrement prononcée ou des barrières énergétiques importantes, lesquelles constituent un frein quant à l'efficacité des approches de type MCMC.



Many problems in mathematics, computer science, statistics and signal processing are allegedly hard although one cannot provide any formal proof for this complexity. In particular, it is difficult to conclude whether the lack of effective algorithms for solving these problems really stems from the complexity of their structure, or whether it is simply due to a lack of creativity from within the scientific community.

In the absence of a clear conclusion regarding the relation between the complexity classes P and NP , there exist a number of informal approaches that can be used to accumulate more and more clues about the true nature of a given problem. Among these approaches, one can for example try to demonstrate the equivalence between the problem and a problem known to belong to an existing complexity class. We speak in this case of polynomial reduction. Whenever such a reduction cannot be established, a recent alternative aims at demonstrating the inefficiency of algorithms (or proof systems) considered as having, until now, been able to skillfully detect complexity patterns. A third approach consists in studying the geometric properties of the problem being considered. This last approach often reduces to an analysis of the free energy landscape, and tries to identify, within this landscape, a particularly strong non-convexity or important energetic barriers, which will then constitute a hindrance to the effectiveness of MCMC-type methods.