

Résumé

Introduite par Erdős en 1974, la *fonction Delta de Hooley* est définie par

$$\Delta(n) := \sup_{v \in \mathbb{R}} \sum_{\substack{d|n \\ v \leq \log d < v+1}} 1 \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

La fonction de Hooley est ainsi une fonction arithmétique qui mesure la concentration logarithmique de l'ensemble des diviseurs d'un entier. On sait qu'il existe $c_0 > 0$ tel que

$$\log_2 x \ll \frac{1}{x} \sum_{n \leq x} \Delta(n) \ll \exp(c_0 \sqrt{\log_2 x \log_3 x}) \quad (x \geq 16).$$

La minoration a été obtenue par Maier et Tenenbaum en 1982 et la majoration par Tenenbaum en 1985 (bien que cette dernière ait été récemment améliorée par La Bretèche et Tenenbaum puis par Koukoulopoulos et Tao).

Nous obtenons un encadrement de la valeur moyenne de Δ le long des entiers friables, i.e. des entiers sans grands facteurs premiers.

Pour obtenir la minoration, nous évaluons la quantité $\sum_{\substack{n \leq x \\ P^+(n) \leq y}} \Delta(n)$ sur trois domaines non disjoints, en utilisant des résultats issus de la méthode du col, des arguments probabilistes et une version à paramètres d'un théorème de Tenenbaum et Wu. Quant à la majoration, nous étendons une méthode développée par Tenenbaum en 1985 sur la valeur moyenne de Δ le long des entiers friables.